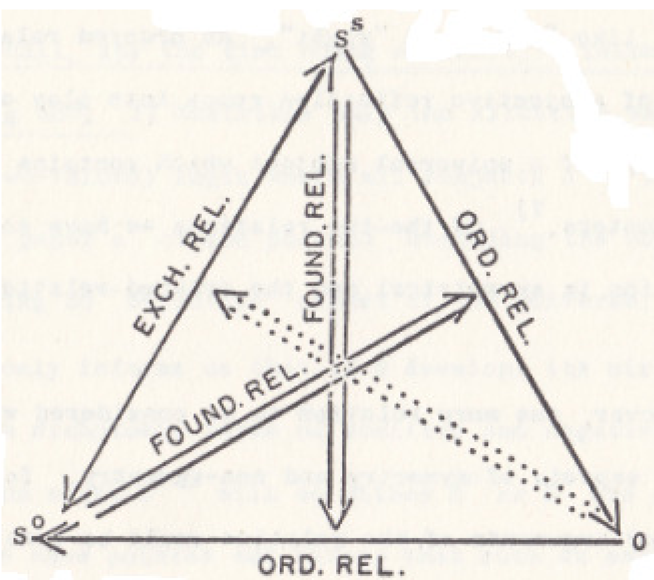
Prof. Dr. Alfred Toth

Wie qualitativ ist die Mathematik der Qualitäten?

1. Die von Engelbert Kronthaler geschaffene "Mathematik der Qualitäten" (Kronthaler 1973/86) gehört ohne Zweifel zu den großen mathematischen Leistungen. Übrigens dürfte der Begriff der "Mathematik der Qualitäten" auf Natorp (1903, S. 419) zurückgehen, der ihn im Zusammenhang mit der platonischen Ideenlehre eingeführt hatte. Allerdings basiert die MdQ auf der polykontexturalen Logik Gotthard Günthers (1976-1980), und diese ist vor dem Hintergrund der in Toth (2015a) eingeführten qualitativen Arithmetik der Relationalzahlen, wie im folgenden gezeigt werden soll, in drei kapitalen Punkten angreifbar.

2.1. Aus dem folgenden Schema der Subjekt- und Objektfunktionen, das Günther (1976, S. 337) aufgestellt hatte,



geht hervor, daß es in der Polykontexturalitätstheorie lediglich die folgenden drei Abbildungen gibt (im folgenden verwenden wir oO für objektives Objekt, oS für objektives Subjekt und sS für subjektives Subjekt)

2.1.1. oO → sS

2.1.2. sS → oO

2.1.3. oS ⇄ sS

In Sonderheit fehlt also die Funktion des subjektives Objektes, die vermöge der folgenden Tabelle allein aus kombinatorischen Gründen existieren muß

	O	S
O	oO	oS
S	sO	sS.

Nun bedeutet, wie zuletzt in Toth (2015b) dargelegt, sO das (von einem Subjekt) wahrgenommene Objekt. Der Grund dafür, daß es fehlt, beruht darin, daß in der Polykontexturalitätstheorie das Objekt weiterhin als "totes" Objekt betrachtet wird, denn die polykontexturale Logik ist nichts anderes als ein Verbundsystem von zweiwertigen aristotelischen Logiken, die lediglich über mehr als ein Subjekt distribuiert sind.

2.2. Da die Dichotomien E = [Objekt, Subjekt] und L = [Position, Negation] isomorph sind, folgt aus 2.1., daß nur das Subjekt iterierbar ist. Da das Subjekt die Negativität darstellt, konstruiert Günther (1980, S. 286) in Hamiltonkreisen angeordnete "Negationszyklen" (aus denen G.G. Thomas später seine auch in der Mathematik bekannt gewordenen "Permutographen" konstruieren sollte). Beispielsweise umfaßt der Negationszyklus für eine 4-wertige Logik 4! = 24 Wertfunktionen.

P	N 1·2·3·2·3·2·1·2·1·2·3·2·3·2·1·2·1·2·3·2·3·2·1·2 P																						
1	2	3	4	4	3	2	1	1	2	3	4	4	3	2	1	1	2	3	4	4	3	2	1	1
2	1	1	1	1	1	1	2	3	3	2	2	3	4	4	4	4	4	4	3	2	2	3	3	2
3	3	2	2	3	4	4	4	4	4	4	3	2	2	3	3	2	1	1	1	1	1	1	2	3
4	4	4	3	2	2	3	3	2	1	1	1	1	1	1	2	3	3	2	2	3	4	4	4	4

2.3. Das Objekt bleibt somit nicht-iterierbar. Man könnte also sagen: In der polykontexturalen Logik bekommt jedes Subjekt seine eigene 2-wertige Logik. In dieser Trivialität besteht im Grunde der einzige Unterschied zwischen der polykontexturalen güntherschen und der monokontexturalen aristotelischen Logik. Diese Annahme ist aber, wie bereits in 2.1. gezeigt, deswegen falsch, weil eine Reduktion der vier möglichen Objekt-Subjekt-Funktionen auf nur drei strukturell unterdeterminiert ist. In Sonderheit bildet das bei Günther fehlende subjektive Objekt das Domänenelement der thetischen Einführung von Zeichen

μ: $\Omega = f(\Sigma) \rightarrow \Sigma = f(\Omega)$,

denn es ist ja

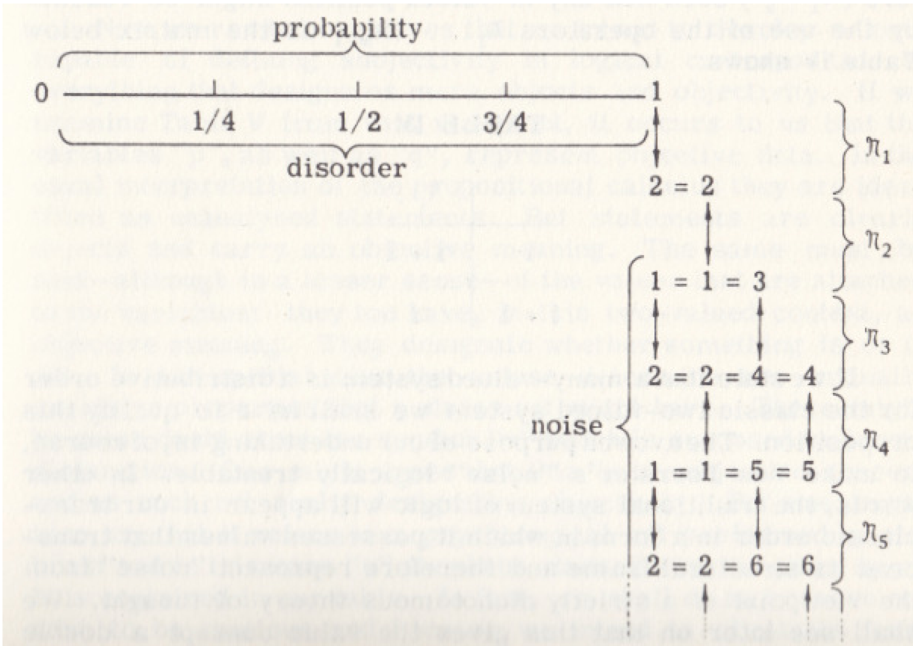
$sO = (\Omega = f(\Sigma))$. Eine Semiotik kann es somit innerhalb der Polykontexturalitätstheorie, welche nach Günther explizit nicht nur eine Logik, sondern auch eine Ontologie enthält und die auf erkenntnistheoretischen Funktionen basiert, paradoxerweise nicht geben, da als einzige nicht-subjektiven Objekte die absoluten, d.h. objektiven Objekte der klassischen Logik übernommen werden. Für Günther gilt somit weiterhin die klassische logische Dichotomie der Form

$L = [0, 1]$

mit

$R[0, 1] = R[1, 0] = \emptyset$,

d.h. es gibt keine Vermittlung zwischen den Werten der für jede Kontxtur gültigen L. Auch das Subjekt ist innerhalb jeder Kontextur ein subjektives Subjekt, da die Iteration der Negativität einzig und allein dazu dient, subjektale Deixis in die klassische Logik einzuführen, also zwischen Ich-, Du-, Er- usw. Subjekten zu unterscheiden. Beim Übergang von der 2-wertigen aristotelischen zur n-wertigen polykontexturalen Logik wird also das Tertium non datur nicht aufgehoben, sondern lediglich mit wachsender Anzahl von Subjekten in ein Quartum Quintum, Sextum ... non datur verschoben. Weil Günther an der nachweislich falschen Vorstellung absoluter Objekte und Subjekte festhält (vgl. Toth 2015c), kann er die Idee der Vermittlung der Werte in $L = [0, 1]$ lediglich im Rahmen der reichenbachschen Quantenlogik sehen, wie aus dem folgenden, aus Günther (1976, S. 343) reproduzierten Schema in eindeutiger Weise hervorgeht.



Günther kommt in Sonderheit nicht auf die Idee, daß es neben der Einführung dritter, vierter, fünfter ... Werte zwischen den Werten von L = [0, 1] noch die Möglichkeit gibt, das Tertiumgesetz nicht substantiell, sondern differentiell aufzuheben, indem L wie folgt auf ein Quadrupel von Einbettungsrelationen abgebildet wird, in denen also ein Einbettungsoperator E ein differentielles Tertium erzeugt

$$L = [0, 1] \quad \rightarrow \begin{pmatrix} L_1 = [0, [1]] & L_2 = [[1], 0] \\ L_3 = [[0], 1] & L_4 = [1, [0]] \end{pmatrix} \quad .$$

In diesem Quadrupel sind nun 0 und 1 bzw. Objekt und Subjekt vermöge wechselseitiger Abhängigkeit vermittelt, d.h. es gibt nicht nur objektive Subjekte, sondern auch subjektive Objekte – und ohne daß dafür Wahrscheinlichkeitswerte eingeführt werden müßten. Wegen der Möglichkeit perspektivischer Reflexion kann man nun echte qualitative Zahlen, d.h. solche, welche sowohl subjektive Objekte als Domänen- und objektive Subjekte als Codomänen der thetischen Einführung von Zeichen enthalten, auf Octupel abbilden. Da solche qualitativen Zahlen in 2-dimensionalen Zahlenfeldern gezählt werden müssen, kann ferner zwischen horizontaler, vertikaler und zwei diagonalen Zählweisen unterschieden werden, die wir als adjazente, subjazente und transjazente Zählweisen bezeichnet hatten.

2.3.1. Adjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
0_i & 1_j & & 1_i & 0_j & & 1_j & 0_i & & 0_j & 1_i \\
\varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & \varnothing_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & \varnothing_j & & \varnothing_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & \varnothing_i \\
0_i & 1_j & & 1_i & 0_j & & 1_j & 0_i & & 0_j & 1_i
\end{array}$$

2.3.2. Subjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
0_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & 0_j & & \varnothing_j & 0_i & & 0_j & \varnothing_i \\
1_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & 1_j & & \varnothing_j & 1_i & & 1_j & \varnothing_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
1_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & 1_j & & \varnothing_j & 1_i & & 1_j & \varnothing_i \\
0_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & 0_j & & \varnothing_j & 0_i & & 0_j & \varnothing_i
\end{array}$$

2.3.3. Transjazente Zählweise

$$\begin{array}{ccccccccccc}
0_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & 0_j & & \varnothing_j & 0_i & & 0_j & \varnothing_i \\
\varnothing_i & 1_j & & 1_i & \varnothing_j & & 1_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & 1_i \\
 & & \times & & & \times & & & \times & & \\
\varnothing_i & 1_j & & 1_i & \varnothing_j & & 1_j & \varnothing_i & & \varnothing_j & 1_i \\
0_i & \varnothing_j & & \varnothing_i & 0_j & & \varnothing_j & 0_i & & 0_j & \varnothing_i
\end{array}$$

Wie man anhand der verwendeten Indizes erkennt, kann man also die Positionen von subjektiven Objekten (0) und objektiven Subjekten (1) ohne Probleme im Sinne Günthers kontexturieren, d.h. subjektdeiktisch differenzieren, d.h. die qualitative Arithmetik dieser Relationalzahlen enthält die MdQ, aber das Umgekehrte gilt selbstverständlich nicht. Vor allem aber lassen sich bei den Relationalzahlen nun auch die Objekte kontexturieren, denn wegen des für subjektive Objekte und objektive Subjekte bestehenden Austauschs von Subjekt- und Objektanteilen verändert die Wahrnehmung eines Objektes durch verschiedene Subjekte auch die Objekte, insofern diese von verschiedenen Subjekten in verschiedener Weise wahrgenommen werden können. In der Arithmetik der Relationalzahlen gibt es somit nicht nur Hamiltonkreise für subjektale Negativität, sondern auch für objektale Positivität, und nur in diesem Sinne sollte von einer Mathematik der Qualitäten gesprochen werden.

Literatur

Günther, Gotthard, Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik. 3 Bde. Hamburg 1976-1980

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Natorp, Paul, Platos Ideenlehre. Leipzig 1903

Toth, Alfred, Zur Arithmetik der Relationalzahlen I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015a

Toth, Alfred, Nur Glas ist wie Glas. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015b

Toth, Alfred, Nieztsches Einmaleins I-II. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2015c

21.7.2015